

Rekker

En tallfølge hvor differansen d mellom hvert ledd er konstant, kalles for en **aritmetisk tallfølge**.

Den tilhørende rekken kalles for **en aritmetisk rekke**.

Eks: 3, 7, 11, 15, 19, ...

Differensen i denne tallfølgen er $d = 4$

Rekker

Aritmetisk rekke

Ledd nr n	Summen av de n første ledd
a_1 $a_2 = a_1 + d$ $a_3 = a_2 + d = a_1 + 2d$ $a_4 = a_3 + d = a_1 + 3d$... $a_n = a_{n-1} + d = a_1 + (n-1)d$ <div data-bbox="461 1015 879 1186" style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 20px;">$a_n = a_1 + (n-1)d$</div>	$s_n = a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + (a_1 + 3d) + \dots + (a_1 + (n-1)d)$ $s_n = a_n + (a_n - d) + (a_n - 2d) + (a_n - 3d) + \dots + (a_n - (n-1)d)$ \Downarrow $2s_n = na_1 + na_n$ $s_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ <div data-bbox="1375 1015 1793 1186" style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 20px;">$s_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$</div>

Rekker

En tallfølge hvor kvotienten (forholdet) k mellom hvert ledd er konstant, kalles for en **geometrisk tallfølge**.

Den tilhørende rekken kalles for **en geometrisk rekke**.

Eks: 3, 9, 27, 81, 243, ...

Kvotienten i denne tallfølgen er $k = 3$

Rekker

Geometrisk rekke

Ledd nr n	Summen av de n første ledd
a_1 $a_2 = a_1 k$ $a_3 = a_2 k = a_1 k^2$ $a_4 = a_3 k = a_1 k^3$ \dots $a_n = a_{n-1} k = a_1 k^{n-1}$ <div data-bbox="501 976 896 1135" style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin-top: 20px;">$a_n = a_1 k^{n-1}$</div>	$s_n = a_1 + a_1 k + a_1 k^2 + a_1 k^3 + \dots + a_1 k^{n-1}$ $k s_n = a_1 k + a_1 k^2 + a_1 k^3 + a_1 k^4 + \dots + a_1 k^{n-1} + a_1 k^n$ \Downarrow $k s_n - s_n = a_1 k^n - a_1$ $s_n = a_1 \frac{k^n - 1}{k - 1}$ <div data-bbox="1363 976 1758 1135" style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin-top: 20px;">$s_n = a_1 \frac{k^n - 1}{k - 1}$</div>

Rekker

En tallfølge kalles **konvergent**
hvis ledd nr n nærmer seg en fast grense når n går mot uendelig.

Den tilhørende rekken kalles **konvergent**
hvis summen av de n første ledd nærmer seg en grense når n går mot uendelig.

Av summen av de n første ledd i en geometrisk rekke
Ser vi at rekken er konvergent når absoluttverdien av kvotientene k er mindre enn 1.

Summen av en uendelig konvergent geometrisk rekke er gitt ved $(k^n \rightarrow 0)$

$$S_n = \frac{a_1}{1 - k}$$

Rekker

Vi har en reell eller en kompleks funksjon $f(x)$
som er uendelig mange ganger deriverbar
i en omegn om funksjonsargumentet $x = a$.

Det kan vises at funksjonen kan representeres ved hjelp av følgende **Taylor-rekke**:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x-a)^n$$

Når $a = 0$ kalles rekken **Maclaurin-rekken**.

Rekker

Taylor rekke

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x-a)^n = f(a) + \frac{f'}{1!} (x-a) + \frac{f''}{2!} (x-a)^2 + \frac{f^{(3)}}{3!} (x-a)^3 + \dots$$

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$

$$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$$

$$e^x = 1 + \frac{x^1}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots \quad |x| < 1$$

