Komplekse tall - Oppgaver

01. Vi har gitt følgende komplekse tall:

$$z = 2 + i \cdot 2\sqrt{3}$$

a) Finn den kompleks konjugert til dette komplekse tallet.
b) Skriv dette komplekse tallet på polar og eksponential from.

02. Beregn følgende komplekse tall:

a) $(3+2i)+(-7-i)$
b) $(2-3i)(4+2i)$
c) $\dfrac{3-2i}{-1+i}$
d) $\dfrac{5+5i}{3-4i}+\dfrac{20}{4+3i}$
e) $\dfrac{3i^{30}-i^{19}}{2i-1}$

03. Vi har gitt følgende to komplekse tall:

$z_1 = 2+i$

$z_2 = 3-2i$

Bestem $|3z_1 - 4z_2|$

04. a) Benytt den polare og eksponentiale formen til et komplekst tall til å vise følgende:

$$\sin\theta = \frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}$$

$$\cos\theta = \frac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2}$$

b) Benytt resultatet i a) til å vise følgende:

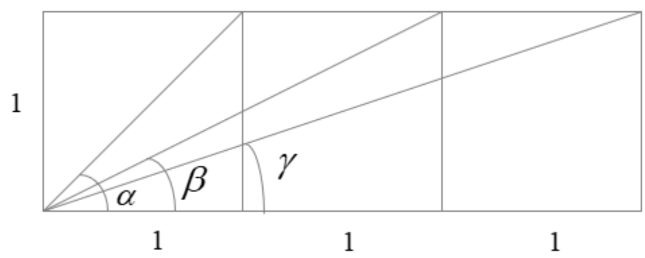
$$\sin^3\theta = \frac{3}{4}\sin\theta - \frac{1}{4}\sin 3\theta$$

05. Gitt et komplekst tall *z*.
Forklar geometrisk hva det vil si å multiplisere dette komplekse tallet med $e^{i\alpha}$.

06. Bevis at: $e^{i\theta} = e^{i(\theta+2k\pi)} k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$

07. Bestem tredje rot (og lokaliser grafisk) av det komplekse tallet: $z = -1 + i$.

08. På figuren nedenfor vises et rektangel med sider lik 3 og 1
bestående av tre kvadrater hver med sidelengde 1.
Benytt komplekse tall til å bestemme vinkelsummen $\alpha+\beta+\gamma$.



09 Figuren viser en simulering med et stempel (blå farge) som kan gli på et horisontalt underlag. Stemplet er koblet til tre armer hvor armen med lengde *a* lengst til venstre på figuren roterer med konstant vinkelhastighet ω rundt origo.
Armen med lengde *c* holdes hele tiden i horisontal retning.
Benytt komplekse tall til å beskrive posisjon og hastighet til stemplet som funksjon av *a*, *b*, *c*, *d*, ω og tiden *t*.