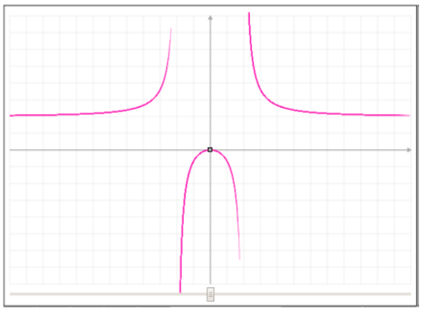
Funksjoner - Løsningsforslag

01. $f(x) = \dfrac{2x^2}{x^2 - 4}$

a) Grafen til *f*:



b) Nullpunktene er gitt ved f(x) = 0.
Her er funksjonen gitt ved en brøk.
En brøk er lik null når telleren er lik null.

$$2x^2 = 0$$

$$\underline{\underline{x = 0}}$$

c) Vertikal asymptote finnes ved å sette nevneren lik null:

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$\underline{\underline{x = \pm 2}}$$

Funksjonen har ingen skrå asymptote siden teller og nevner har samme grad (her 2).
For at funksjonen skal ha en skrå-asymptote,
må teller være av en grad høyere enn nevner.

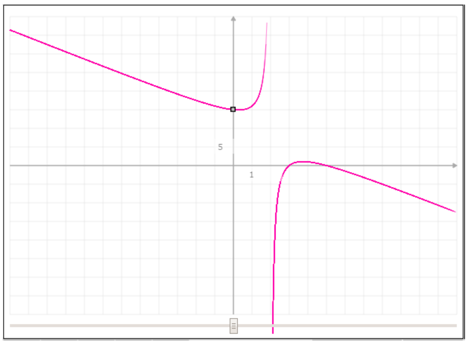
Horisontal asymptote finner vi (når teller og nevner har samme grad)
ved å bestemme grensen for funksjonsuttrykket når x går mot uendelig.
Dette gjøres ved dele teller teller og nevner med høyeste grad av x (her

$$\underline{\underline{HA}} = \lim_{x \to \infty} \frac{2x^2}{x^2 - 4} = \lim_{x \to \infty} \frac{2\frac{x^2}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2} - \frac{4}{x^2}} = \lim_{x \to \infty} \frac{2}{1 - \frac{4}{x^2}} = \underline{\underline{2}}$$

Video

02. $f(x)=\dfrac{-2x^2+16x-30}{x-2}$

a) Grafen til f:



b) Nullpunktene er gitt ved f(x) = 0.
Her er funksjonen gitt ved en brøk.
En brøk er lik null når telleren er lik null.

$$-2x^2+16x-30=0$$

Benytter 2.gradsformelen og får :

$$\underline{\underline{x=\begin{cases}5\\3\end{cases}}}$$

Video

c) Vertikal asymptote finnes ved å sette nevneren lik null:

$$\underline{\underline{x=2}}$$

Funksjonen har ingen horisontal asymptote
siden teller og nevner ikke har samme grad.

Skrå-asymptote finner vi (når teller har en grad høyere enn nevner)
ved å dele å foreta en polynomdivisjon.

$$f(x)=\frac{-2x^2+16x-30}{x-2}=-2x+12-\frac{6}{x-2}\underset{x\to\infty}{\rightarrow}\underline{\underline{-2x+12}}$$

03. Grenseverdi

$$\underline{\underline{\lim_{x\to 3}\frac{2x-6}{x^2-9}}}=\lim_{x\to 3}\frac{2\cancel{(x-3)}}{\cancel{(x-3)}(x+3)}=\lim_{x\to 3}\frac{2}{x+3}=\frac{2}{6}=\underline{\underline{\frac{1}{3}}}$$

Video

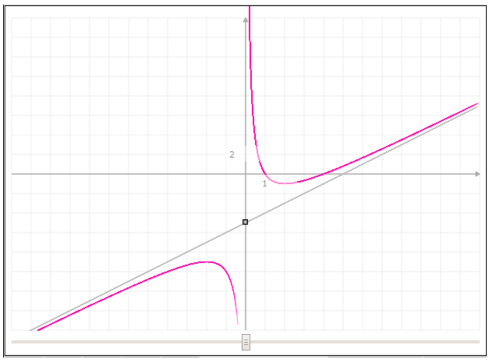
04. Grenseverdi:

$$\underline{\underline{\lim_{x\to 0}\frac{x^2+3x}{x}}}=\lim_{x\to 0}\frac{\cancel{x}(x+3)}{\cancel{x}}=\lim_{x\to 0}(x+3)\underline{\underline{=3}}$$

Video

05. $f(x)=\dfrac{x^2-5x+4}{x}$

a) Graf:



b) Nullpunkter:

$$f(x)=0$$

$$\frac{x^2-5x+4}{x}=0$$

$$x^2-5x+4=0 \quad x\neq 0$$

ABC-formel på kalkulator gir:

$$\mathrm{x}_1=1 \; og \;\; x_2=4$$

$$\underline{\underline{\text{Nullpunkt når } x=1 \; og \;\; x=4}}$$

Video

c) Asymptoter:

f har vertikal asymptote for $x=0$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-5x-4}{x}=$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\left(x^2-5x-4\right)\cdot\frac{1}{x}}{x\cdot\frac{1}{x}}=$$

$$\lim_{x\to\infty} x-5-\frac{4}{x}$$

$$f\to y=x-5 \text{ når } x\to\infty$$

$$\underline{\underline{f \text{ har en skrå asymptote } y=x-5}}$$