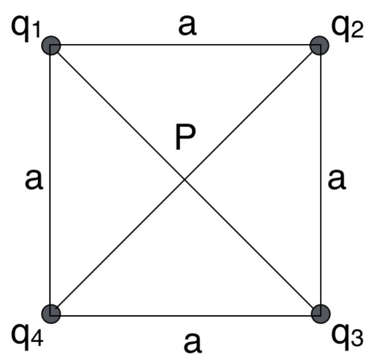
# Oppgave 4 : FYS 120 - linjespesifikk del

Fysiske konstanter og definisjoner:

Vakuumpermittiviteten: $\epsilon_0 = 8{,}854 \times 10^{-12}\ \mathrm{C^2/Nm^2}$

a) Hva er det elektriske potensialet i sentrum av kvadratet (punktet P)? Anta at $q_1 = +1{,}0$ nC, $q_2 = -2{,}0$ nC, $q_3 = 3{,}0$ nC og $q_4 = 2{,}0$ nC, og at $a = 0{,}1$ m.




La avstanden mellom punktet P og hver av de fire ladningene være $d$. Da er det totale potensialet i P gitt ved:

$$V_\mathrm{P} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_{i=1}^{4}\frac{q_i}{r_i} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\left(\frac{q_1}{d}+\frac{q_2}{d}+\frac{q_3}{d}+\frac{q_4}{d}\right)$$

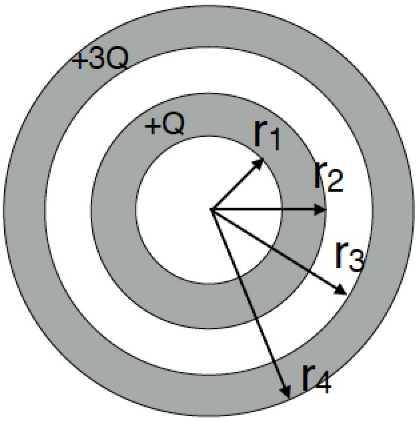
Avstanden d er gitt ved bruk av Pythagoras: $a^2 + a^2 = (2d)^2$, dvs at $d = a/\sqrt{2}$. Potensialet er da:

$$V_\mathrm{P} = \frac{\sqrt{2}}{4\pi\epsilon_0 a}(q_1 + q_2 + q_3 + q_4)$$

$$= 9\times 10^9\,\mathrm{Nm^2/C^2}\frac{\sqrt{2}}{0{,}1\,\mathrm{m}}\cdot(1{,}0 + (-2{,}0) + 3{,}0 + 2{,}0)\times 10^{-9}\,\mathrm{C} = \underline{\underline{509\,\mathrm{V}}}$$

b) To konsentriske kuleskall laget av elektrisk ledende materiale ligger som vist på figuren. Det minste kuleskallet har en indre radius $r_1$ og en ytre radius $r_2$, og en total ladning på $+Q$. Det ytterste kuleskallet har indre radius $r_3$ og ytre radius $r_4$, og en total ladning på $+3Q$.

Finn det elektriske feltet, både størrelse og retning, i følgende områder: $r < r_1$, $r_1 < r < r_2$, $r_2 < r < r_3$, $r_3 < r < r_4$ og $r > r_4$. Lag en figur som skisserer hvordan den radielle komponenten av det elektriske feltet varierer som funksjon av $r$.




Bruker Gauss lov og legger gaussflater som er kuleskall med overflateareal $A$ i de fem nevnte områdene. Det elektriske feltet er $E$. Gauss lov er da $E \cdot A = \frac{Q_{\text{netto}}}{\epsilon_0}$, der $Q_{\text{netto}}$ er netto ladning innenfor kuleskallet.

i) $r < r_1$:

$$E \cdot A = \frac{Q_{\text{netto}}}{\epsilon_0}.$$

$Q_{\text{netto}} = 0$, så derfor er $\underline{\underline{E\,(r < r_1) = 0}}$

ii) $r_1 < r < r_2$:
Dette kuleskallet ligger *inni* lederen, og i en elektrostatisk situasjon slik som her, er det elektriske feltet $E = 0$ inni det ledende materialet. Vi har derfor at $\underline{\underline{E\,(r_1 < r < r_2) = 0}}$.

iii) $r_2 < r < r_3$: Netto ladning innenfor dette kuleskallet er $+Q$, og Gauss lov blir:

$$E \cdot A = \frac{Q}{\epsilon_0},$$

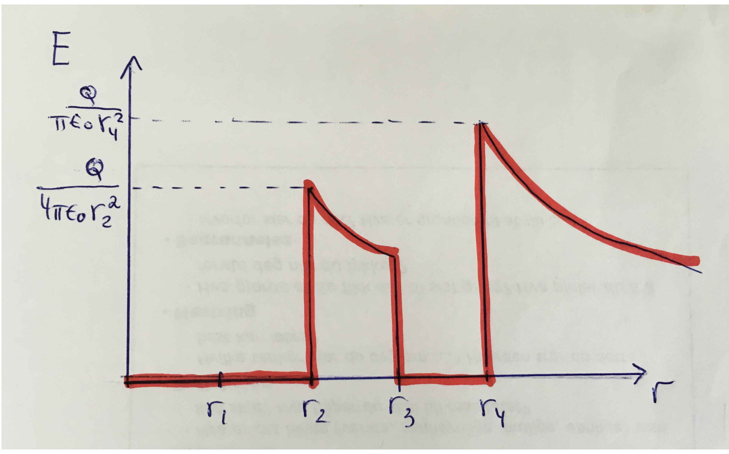
der $A = 4\pi r^2$. Dette gir at $\underline{\underline{E\,(r_2 < r < r_3) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\text{, og retning radielt utover.}}}$

iv) $r_3 < r < r_4$: Dette kuleskallet ligger *inni* lederen, og i en elektrostatisk situasjon slik som her, er det elektriske feltet $E = 0$ inni det ledende materialet. Vi har derfor at $\underline{\underline{E\,(r_1 < r < r_2) = 0}}$.

v) $r > r_4$: Netto ladning innenfor dette kuleskallet er $Q_{\text{netto}} = +Q + 3Q = +4Q$, og Gauss lov er da:

$$E \cdot A = \frac{4Q}{\epsilon_0},$$

som gir at det elektriske feltet er $\underline{\underline{E\,(r > r_4) = \frac{Q}{\pi\epsilon_0 r^2}\text{, retning radielt utover.}}}$




c) For kuleskallene i oppgave b), hva er den totale ladningen på de indre og ytre overflatene av de to kuleskallene?

i) Innerste kuleskall, indre overflate: Legger en gaussflate inni innerste kuleskall. Vi vet at $E = 0$ inni lederen, Gauss lov gir da:

$$E \cdot A = \frac{Q_{\text{netto}}}{\epsilon_0} \rightarrow Q_{\text{netto}} = 0,$$

altså at netto ladning innenfor gaussflaten er lik null. Dette betyr at ladningen på indre overflate også er lik null: $\underline{\underline{Q_{r1} = 0}}$.

ii) Innerste kuleskall, ytre overflate: Kuleskallet har netto ladning $+Q$, og ladningen på indre overflate er lik null. Fordi $E = 0$ inni kuleskallet må all ladning ligge på den ytre overflaten. Altså er ladning på ytre overflate $\underline{\underline{Q_{r2} = +Q}}$.

iii) Ytterste kuleskall, indre overflate: Legger en gaussflate inni ytterste kuleskall. Vi vet at $E = 0$ inni lederen, og Gauss lov gir da:

$$E \cdot A = \frac{Q_{\text{netto}}}{\epsilon_0} \rightarrow Q_{\text{netto}} = 0,$$

altså må netto ladning innenfor gaussflaten være lik null. Gaussflaten omslutter innerste kuleskall som har ladning $+Q$. La $Q_{r3}$ være ladning på indre overflate, da må vi ha at $Q_{\text{netto}} = +Q + Q_{r3} = 0$ som gir at ladningen på indre overflate er $\underline{\underline{Q_{r3} = -Q}}$.

iv) Ytterste kuleskall, ytre overflate: Hele skallet har netto ladning $+3Q$, indre overflate har ladning $-Q$. Fordi $E = 0$ inni lederen, må ladningen på ytre overflate være $\underline{\underline{Q_{r4} = +4Q}}$.

d) En parallellplatekondensator har kapasitans 880 pF. Ladningen på hver plate er 2,3 $\mu$C.

i) Hva er spenningen over platene?

ii) Avstanden mellom platene dobles mens ladningen holdes konstant, hva er nå kapasitansen og spenningen mellom platene?

iii) Hvor mye arbeid må gjøres for å doble avstanden mellom platene?

i) Spenningen over platene er:

$$V = \frac{Q}{C} = \frac{2{,}3 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}}{880 \times 10^{-12}\,\mathrm{F}} = \underline{\underline{2{,}6\,\mathrm{kV}}}.$$

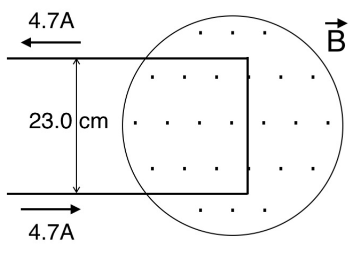
ii) Kapasitansen er gitt ved $C = \epsilon_0 A/d$, der $A$ er arealet av platene og $d$ er avstanden mellom dem. Dersom $d$ øker til $2d$, vil kapasitansen halveres til $\underline{\underline{C/2 = 440\,\mathrm{pF}}}$. Spenningen vil da dobles til $\underline{\underline{Q/(C/2) = 2V = 5,2\,\mathrm{kV}}}$.

iii) For å doble avstanden mellom platene må det gjøres et arbeid som tilsvarer endring i energi: Med avstand $d$ er energien lagret i kondensatoren $U = Q^2/2C$, med avstand $2d$ er energien $U = Q^2/2(C/2) = Q^2/C$. Arbeid $W$ er lik endring i energi:

$$W = \Delta U = \frac{Q^2}{C} - \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{(2{,}3 \times 10^{-6}\,\mathrm{C})^2}{2 \cdot 880 \times 10^{-12}\,\mathrm{F}} = \underline{\underline{3{,}0 \times 10^{-3} J}}.$$

Arbeidet er positivt fordi man må tilføre energi for å øke avstanden mellom platene. (Det er også mulig i denne oppgaven å bruke de andre uttrykkene for energi $U = \frac{QV}{2}$ eller $U = CV^2/2$.)

e) En lang leder fører en strøm på 4,7 A. Lederen ligger i et magnetfelt der $\vec{B}$ peker rett ut av papiret. Finn størrelse og retning på den magnetiske krafta som virker på lederen. Den magnetiske feltstyrken er $B = 0{,}2$ T.




Bruker at kraften er gitt ved $\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$, der $\vec{l}$ er en lengdevektor som peker i samme retning som strømmen $I$. Figuren viser at $\vec{F_1}$ og $\vec{F_2}$ kansellerer hverandre, og det er bare $\vec{F}_3$ som bidrar til kraften: $F = F_3 = IlB = 4{,}7\,\mathrm{A} \cdot 23{,}0 \times 10^{-2}\,\mathrm{m} \cdot 0{,}2\,\mathrm{T} = \underline{\underline{0{,}22\,\mathrm{N}}}$.