UNIVERSITETET I AGDER
Grimstad

E K S A M E N S O P P G A V E :

FAG: FYS105 Fysikk **LÆRER: Per Henrik Hogstad**

Klasse(r):	**Dato: 28.05.10**	**Eksamenstid, fra-til: 09.00 – 14.00**	
Eksamensoppgaven består av følgende	**Antall sider: 5 (inkl. forside)**	**Antall oppgaver: 3**	**Antall vedlegg: 0**
Tillatte hjelpemidler er:	**Kalkulator** **Formel-samlinger (ikke tillatt å skrive i formel-samlingene)**		
KANDIDATEN MÅ SELV KONTROLLERE AT OPPGAVESETTET ER FULLSTENDIG			

FYS 105 Fysikk Ordinær eksamen vår 2010

Ta dine egne forutsetninger hvis du finner uklarheter/mangler i oppgavesettet!

Poeng på hver deloppgave:

Oppg		Poeng
1	a)	3
	b)	3
2	a)	3
	b)	3
	c)	3
	d)	3
3	a)	3
	b)	3
	c)	3
	d)	3
	e)	3
	f)	3
Sum		36

Poengene viser vekt-fordelingen for de enkelte del-spørsmålene.
Ved karaktersetting vektlegges selvfølgelig i tillegg en totalvurdering,
bl.a. en vurdering av i hvilken grad kandidaten har kunnskaper innenfor
de ulike områdene gitt i oppgavesettet.

Lykke til !

1. Du kjører en sirenebil (bil med sirene).
   Sirenen sender ut en lydbølge med en enkelt frekvens f_S = 300 Hz.
   Langt foran i veibanen er plassert en stor reflektor (i ro) som kan reflektere signalet tilbake igjen.
   Lydhastigheten er v = 350 m/s.

   a) Din bil har hastigheten v_S = 90.0 km/h i retning mot reflektoren.
      Hvilken frekvens f_R oppfatter reflektoren i det innkommende signalet fra din bil?

   b) Signalet som din bil sender ut sammen med det reflekterte signalet tilbake fra reflektoren danner en svevningsbølge i din bil.
      Vi tenker oss at du nå ikke vet hvilken hastighet din bil har, men at du ønsker å benytte svevningsbølgen til å bestemme denne hastigheten.

      Bestem svevningsfrekvensen som funksjon av bil-hastigheten.
      Tegn tilhørende graf (svevningsfrekvens som funksjon av bil-hastighet).
      Bestem både grafisk og ved regning hvilken svevningsfrekvens som svarer til bil-hastighet 90 km/h.

2. En lang, tynn, jevntykk stav med masse M_1 og lengde L er plassert langs x-aksen med stavens venstre endepunkt i origo (se fig 2.1).
I stavens høyre endepunkt er festet en hel, massiv skive med masse M_2 og radius R.
Massen er jevnt fordelt på skiven.
Skiven er festet i staven slik at skiven ikke kan rotere i forhold til staven.

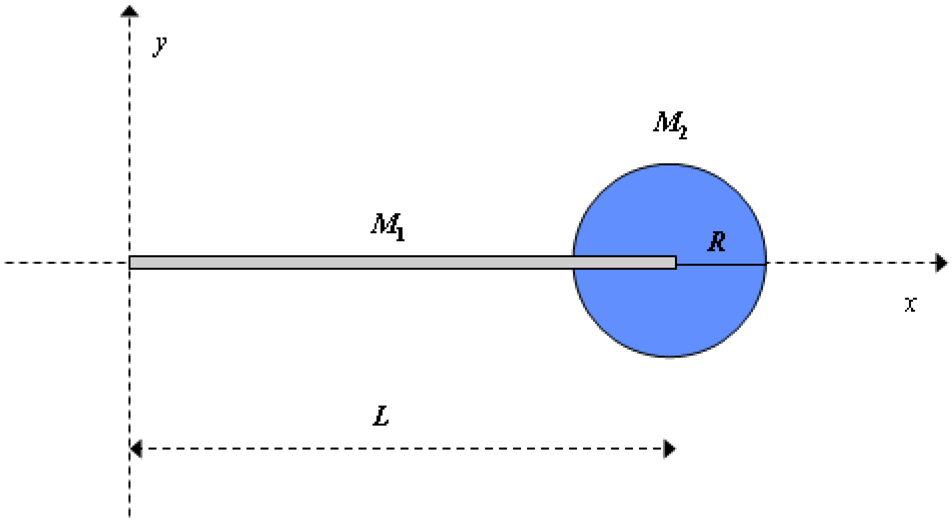


Fig 2.1

a) Bestem koordinatene (x_{cm}, y_{cm}) til massesenteret for systemet bestående av stav pluss skive uttrykt ved en eller flere av størrelsene M_1, M_2, L og R.

b) Bruk resultatet fra a) til å beregne, samt kommentere følgende to spesialtilfeller:
1) $M_1 = M_2 = M$
2) $M_1 = 0$

I oppgave c) og d) setter vi massen av staven og massen av skiven lik hverandre, begge lik M, dvs $M_1 = M_2 = M$.

c) Beregn treghetsmomentet (uttrykt ved ved en eller flere av størrelsene M, L og R) mht. en akse gjennom origo, normalt på papirplanet for systemet bestående av stav pluss skive.

d) Vi setter nå $M = 2.00$ kg, $L = 1.00$ m og $R = 0.20$ m.
Vi tenker oss at systemet bestående av stav pluss skive kan rotere friksjonsfritt om en akse gjennom origo, normalt på papirplanet.
xy-planet utgjør horisontalplanet (papirplanet) og det er ingen friksjon mellom det nevnte systemet og dette horisontale planet som staven pluss skiven ligger i.
Beregn hvor stort konstant kraftmoment om den nevnte aksen som dette systemet må utsettes for når vinkelhastigheten etter 10.0 sekunder skal være ett omløp pr sekund
Systemet starter i ro.

3. Vi har en hel, massiv skive (jevn massefordeling) med masse *M* og radius *R* som ruller på et horisontalt underlag uten å gli.
På denne skiven er det plassert (med samme sentrum som skiven) en ring der hele massen av ringen er samlet på randen (periferien) av ringen.
Ringen har masse $m = M$ og radius $r = R/2$.
Rundt ringen er viklet en masseløs, tynn tråd.
I den ene enden av tråden virker en horisontal, konstant kraft K (se fig 3.1).

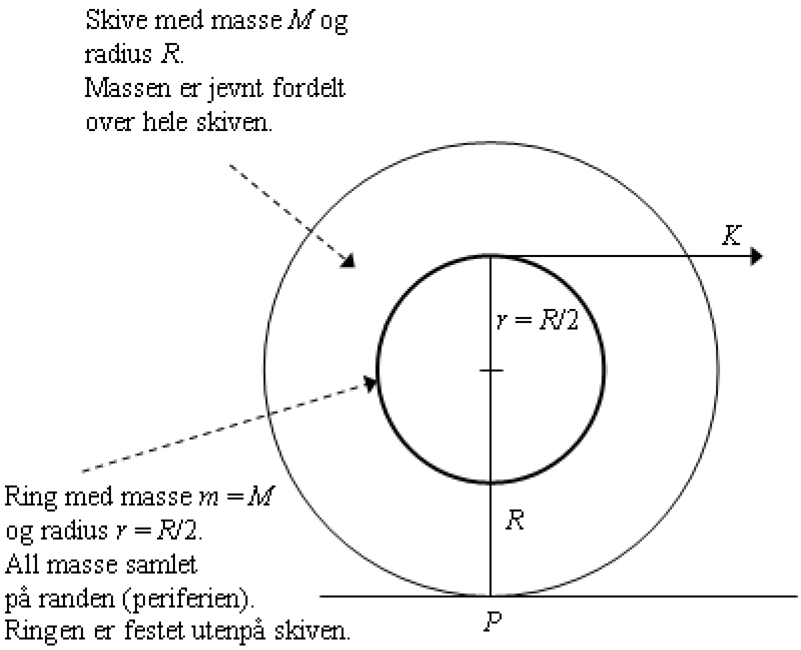


Fig 3.1

a) Tegn inn og forklar alle ytre krefter som virker på systemet (skive pluss ring).

b) Bestem systemets treghetsmomentet mht. aksen normalt på papirplanet gjennom sentrum av skive og ring uttrykt ved *M* og *R*.

c) Punktet *P* er systemets kontaktpunkt med underlaget.
Vi tenker oss en akse normalt på papirplanet gjennom punktet *P*.
Vis at systemets treghetsmoment mht. denne aksen uttrykt ved *M* og *R* er gitt ved:

$$I_P = \frac{11}{4} MR^2$$

d) Bestem systemets vinkelakselerasjon.

e) Bestem akselerasjonen til systemets massesenter.

f) Bestem friksjonskraften J (størrelse og retning)
som virker på systemet fra det horisontale underlaget.

Løsning

1. a) Frekvensen f_R som reflektoren oppfatter når sirenebilen har hastighet 90 km/h.
Positiv retning er fra lytter (reflektor) til sender (sirenebil).
Det betyr at sirenebilen har negativ hastighet (-90 km/h).

$$f_R = \frac{v+v_R}{v+v_S} f_S$$

$$= \frac{350\frac{m}{s}+0}{350\frac{m}{s}-90\frac{km}{h}} \cdot 300Hz$$

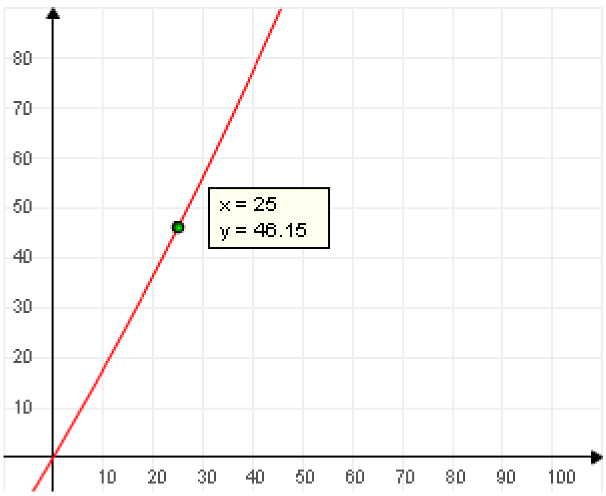
$$= \frac{350\frac{m}{s}}{350\frac{m}{s}-90\frac{1000m}{3600s}} \cdot 300H = \frac{350\frac{m}{s}}{350\frac{m}{s}-25\frac{m}{s}} \cdot 300H = \frac{350\frac{m}{s}}{325\frac{m}{s}} \cdot 300H = 323.1Hz \approx \underline{\underline{323Hz}}$$

b) Reflektert signal fra reflektoren er lik f_R beregnet i a).
Frekvensen f'_S som sirenebilen oppfatter i det reflekterte signalet fra reflektoren er gitt ved:

$$f_S' = \frac{v+v_S}{v+v_R} f_R = \frac{v+v_S}{v} f_R = \frac{v+v_S}{v} \cdot \frac{v}{v-v_S} f_S = \frac{v+v_S}{v-v_S} f_S$$

Svevningsfrekvensen fsvev er differansen mellom den frekvensen sirenebilen
oppfatter i det reflekterte signalet fra reflektoren og den frekvense som sirenebilen sendte ut.

$$f_{svev} = f_S' - f_S = \frac{v+v_S}{v-v_S} f_S - f_S = \left[\frac{v+v_S}{v-v_S} - 1\right] f_S = \underline{\underline{\frac{2v_S}{v-v_S} f_S}}$$



$$f_{svev} = \frac{2v_S}{v-v_S} f_S = \frac{2\cdot 90\frac{km}{h}}{350\frac{m}{s}-90\frac{km}{h}} \cdot 300Hz$$

$$= \frac{2\cdot 90\frac{1000m}{3600s}}{350\frac{m}{s}-90\frac{1000m}{3600s}} \cdot 300Hz = \frac{2\cdot 25\frac{m}{s}}{350\frac{m}{s}-25\frac{m}{s}} \cdot 300Hz = \frac{50\frac{m}{s}}{325\frac{m}{s}} \cdot 300Hz = 46.15Hz \approx \underline{\underline{46.2Hz}}$$

2. a) Massesenter til stav + skive:

$$y_{cmm} = 0$$

$$x_{cm} = \frac{1}{M}\sum_i m_i x_i$$
$$= \frac{1}{M_1 + M_2}\left[M_1\frac{L}{2} + M_2 L\right] = \underline{\underline{\frac{M_1 + 2M_2}{2(M_1 + M_2)} \cdot L}}$$

b) Spesial-tilfeller:

1)

$$x_{cm} = \frac{M_1 + 2M_2}{2(M_1 + M_2)} \cdot L$$
$$M_1 = M_2 = M \quad \Rightarrow \quad x_{cm} = \frac{M + 2M}{2(M + M)} \cdot L = \frac{3M}{4M} \cdot L = \underline{\underline{\frac{3}{4}L}}$$

Med $M_1 = M_2$ vil masse-senteret være plassert midt mellom massesentrene til henholdsvis stav og skive.

2)

$$x_{cm} = \frac{M_1 + 2M_2}{2(M_1 + M_2)} \cdot L$$
$$M_1 = 0 \qquad \Rightarrow \quad x_{cm} = \frac{0 + 2M}{2(0 + M)} \cdot L = \frac{2M}{2M} \cdot L = \underline{\underline{L}}$$

Med $M_1 = 0$ vil masse-senteret være plassert i posisjonen til skiven.

c) Treghetsmomentet mht en akse gjennom origo, normalt på papirplanet for systemet stav + skive:

$$I = I_{stav} + I_{skive} = \left(\frac{1}{12}ML^2 + M\left(\frac{L}{2}\right)^2\right) + \left(\frac{1}{2}MR^2 + ML^2\right)$$
$$= \frac{1}{3}ML^2 + \left(\frac{1}{2}MR^2 + ML^2\right) = \frac{4}{3}ML^2 + \frac{1}{2}MR^2 = \underline{\underline{\frac{1}{6}M\left(8L^2 + 3R^2\right)}}$$

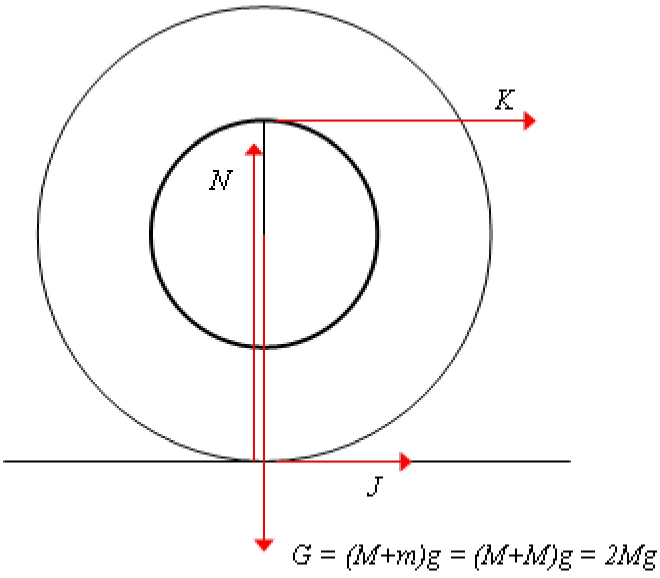
d) Med gitte verdier for M, L og R, får vi fra c) følgende treghetsmoment:

$$I = \frac{1}{6}M\left(8L^2 + 3R^2\right) = \frac{1}{6} \cdot 2.00kg\left(8 \cdot (1.00m)^2 + 3 \cdot (0.20m^2\right) = \underline{2.706kgm^2}$$

Nødvendig kraftmoment:

$$\tau = I\alpha = I\frac{\omega}{t} = 2.706kgm^2 \frac{1\frac{omløp}{s}}{10.0s} = 2.706kgm^2 \frac{1\frac{2\pi}{s}}{10.0s} = \underline{\underline{1.70Nm}}$$

3. a) Ytre krefter på systemet skive + ring:



K	Oppgitt, horisontal, konstant snorkraft.
G = (M+m)g = (M+M)g = 2Mg	Tyngden av skive + ring.
N	Normalkraft. Vertikal kraft på skive fra underlag. N = G i absoluttverdi Siden ingen vertikal akselerasjon.
J	Friksjon. Horisontal kraft på skive fra underlag.

b) Treghetsmoment til skive + ring mht sentrumsaksen.

$$I_{cm} = I_{skive} + I_{ring}$$
$$= \frac{1}{2}MR^2 + mr^2 = \frac{1}{2}MR^2 + M\left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}MR^2 + \frac{1}{4}MR^2 = \underline{\underline{\frac{3}{4}MR^2}}$$

c) Treghetsmoment til skive + ring mht akse gjennom kontakt-punkt P.
Benytter parallellakseteoremet.

$$I_P = I_{cm} + (M+m)d^2$$
$$= I_{cm} + (M+M)d^2$$
$$= I_{cm} + 2Md^2$$
$$= \frac{3}{4}MR^2 + 2MR^2 = \underline{\underline{\frac{11}{4}MR^2}}$$

d) Systemets vinkelakselerasjon.
Velger momentakse i P slik at kun K gir bidrag til kraftmoment.
Kraftmomentloven gjelder om en akse gjennom P siden systemet ruller uten å gli.

$$\tau_P = (R+r)K = (R+\frac{R}{2})K = \frac{3}{2}RK \qquad \text{Kraftmoment mht. momentakse gjennom } P \text{ (def)}$$

$$\tau_P = I_P\alpha \qquad \text{Kraftmomentloven mht. momentakse gjennom } P$$

$$I_P = \frac{11}{4}MR^2 \qquad \text{Treghetsmoment mht. momentakse gjennom } P$$

$$\Downarrow$$

$$\alpha = \frac{\tau_P}{I_P} = \frac{\frac{3}{2}RK}{\frac{11}{4}MR^2} = \underline{\underline{\frac{6}{11}\frac{K}{MR}}}$$

e) Akselerasjonen til systemets massesenter.

$$a_{cm} = R\alpha \qquad \text{Sammeheng mellom tangesialakselerasjon og vinkelakselerasjon (rotasjon om } P\text{)}$$

$$= R\frac{6}{11}\frac{K}{MR} = \underline{\underline{\frac{6}{11}\frac{K}{M}}}$$

f) Benytter Newtons 2. lov horisontalt på systemet skrive pluss ring.

$$K + J = (M+m)a_{cm} = (M+M)a_{cm} = 2Ma_{cm}$$

$$\Downarrow$$

$$J = 2Ma_{cm} - K = 2M\frac{6}{11}\frac{K}{M} - K = \frac{12}{11}K - K = \underline{\underline{\frac{1}{11}K}} \qquad \text{Retning mot høyre (samme retning som } K\text{)}$$