UNIVERSITETET I AGDER
Grimstad

E K S A M E N S O P P G A V E :

FAG: FYS… Fysikk **LÆRER: Fysikk : Per Henrik Hogstad**

Klasse(r):	**Dato: 31.05.16**	**Eksamenstid, fra-til: 09.00 – 14.00**	
Eksamensoppgaven består av følgende	**Antall sider: 6 (inkl. forside)**	**Antall oppgaver: 4**	**Antall vedlegg: 0**
Tillatte hjelpemidler er:	**Kalkulator** **Formelsamling: Hogstad / Haugan / Gyldendal**		

FYS1118, FYS119, FYS120, FYS121, FYS122 - Fellesdel Ordinær eksamen 2016

Ta dine egne forutsetninger hvis du finner uklarheter/mangler i oppgavesettet!

Poeng på hver deloppgave:

Oppg		Poeng
1	a)	3
	b)	3
	c)	3
2	a)	3
	b)	3
3	a)	3
	b)	3
	c)	3
	d)	3
	e)	3
4	a)	3
	b)	3
	c)	3
	d)	3
	e)	3
Sum		45

Poengene viser vekt-fordelingen for de enkelte del-spørsmålene.
Ved karaktersetting vektlegges selvfølgelig i tillegg en totalvurdering,
bl.a. en vurdering av i hvilken grad kandidaten har kunnskaper innenfor
de ulike områdene gitt i oppgavesettet.

Lykke til !

1. En partikkel beveger seg i *xy*-planet.
   Partikkelen starter i origo ved tiden $t = 0$.
   Hastigheten som funksjon av tiden er gitt ved:

$$\vec{v}(t) = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A\sin(Bt) \\ C \end{bmatrix}$$

hvor

$$A = 10.0\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \qquad B = 2.00\ \text{s}^{-1} \qquad C = 2.00\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

a) Bestem partikkelens akselerasjon (*x*- og *y*-komponent) etter 2.00 sekunder.

b) Bestem partikkelen posisjon (*x*- og *y*-komponent) som funksjon av tiden *t*.
   Bestem deretter tidspunktet for partikkelens første passering (etter start) av *y*-aksen, dvs vertikalt rett over startposisjonen til partikkelen.

c) En annen partikkel starter i ro i origo ved tiden $t = 0$.
   Denne partikkelen beveger seg kun i *y*-retning (ingen bevegelse i *x*-retning) og har konstant akselerasjon.
   Hvilken akselerasjon må denne partikkelen ha for at de to partiklene skal kollidere idet den første partikkelen første gang passerer vertikalt rett over sin startposisjon slik som beskrevet i oppgave b) ?

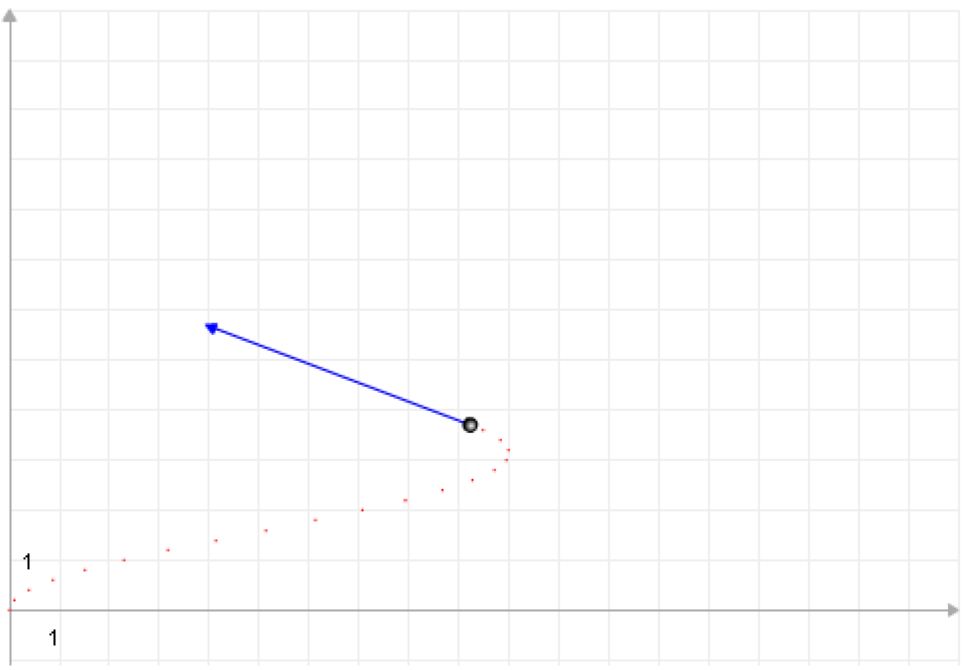


Fig 1.1

Figuren viser starten av partikkelbanen (*x*- og *y*-koordinater) og hastighetsvektor for den førstnevnte partikkelen etter 1.85 sekunder.
For posisjon svarer 1 rute til 1 m og for hastighet 1 m/s.

2. Tre hjul med radier henholdsvis R_1, R_2 og R_3
   er koblet sammen med reimer (bånd) slik som vist i fig 2.1.
   Et bånd går rundt hjul nr 1 og hjul nr 2.
   På hjul nr 2 er festet en ring med radius r_2 og med samme sentrum som hjul nr 2.
   Et bånd går rundt denne nevnte ringen på hjul nr 2 og hjul nr 3.
   Hjul nr 1 roterer med vinkelhastigheten ω_1.
   De tre hjulene roterer uten at de glir mot båndene.

   a) Bestem vinkelhastigheten til hjul nr 2 og vinkelhastigheten til hjul nr 3
      uttrykt symbolsk ved de gitte radiene og vinkelhastigheten ω_1 til hjul nr 1
      I denne deloppgaven skal du ikke sette inn verdier for radiene, men regne kun symbolsk.

   b) I denne del-oppgaven får du opplyst at de tre hjulradiene er gitt ved:
      $R_1 = 0.10$ m, $R_2 = 0.25$ m og $R_3 = 0.16$ m.
      Videre er radien av ringen gitt ved $r_2 = 0.080$ m.
      Bestem rotasjonsvinkelen for hjul nr 3 etter 4.0 sekunder
      når vi får oppgitt at hjul nr 1 starter i ro og roterer med konstant vinkelakselerasjon $\alpha = 2.0\ \text{s}^{-2}$.

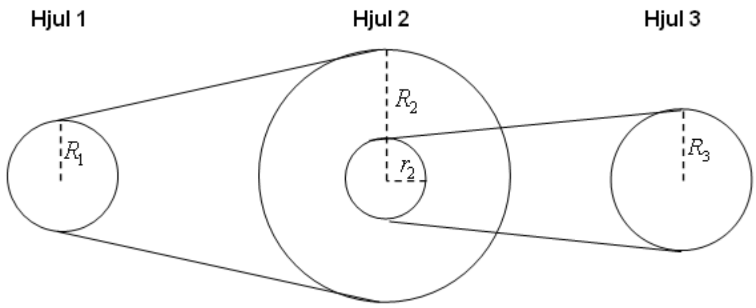


Fig 2.1

3. En massiv sylinder med jevn massefordeling har masse M = 2.00 kg og radius R = 0.50 m
Sylinderen ruller på et horisontalt underlag.
Til sylinderen er fester en masseløs ring med radius r = 0.30 m og med samme senter som sylinderen.
Både rundt sylinderen og rundt ringen er det festet en masseløs snor.
Vi drar i de to snorene med like store og konstante, horisontale krefter $S_1 = S_2 = S$ = 1.00 N .
Det er tilstrekkelig friksjon mellom sylinderen og underlaget, slik at sylinderen ruller uten å gli mot underlaget.
Senteret av sylinderen kaller vi O.
Sylinderens kontaktpunkt med underlaget kaller vi P.
Det punktet som på den øverste snoren i starten av bevegelsen ligger vertikalt rett over punktet P, kaller vi A. Vi kaller det tilsvarende punktet på den nederste snoren for B (se fig 3.1).
A og B er altså punkter på snoren og følger snoren i dens horisontale bevegelse mot høyre.

a) Tegn inn og forklar alle ytre krefter som virker på systemet bestående av sylinderen og ringen.

b) Bestem akselerasjonen til massesenteret av sylinderen.

c) Bestem friksjonskraften som virker på sylinderen fra underlaget.

d) Bestem strekningene som sylindersenteret, punktet A og punktet B har beveget seg i løpet av 4.00 sekunder. Sylinderen starter i ro.

e) Bestem akselerasjonen til sylindersenteret og vinkelakselerasjonen til sylinderen hvis det ikke er noen friksjon mellom sylinderen og underlaget.

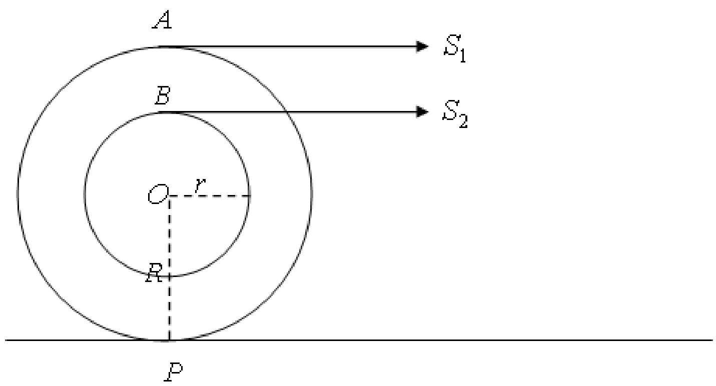


Fig 3.1

Løsning:

1. Hastighet som funksjon av tiden:

$$\vec{v}(t) = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A\sin(Bt) \\ C \end{bmatrix}$$

$$A = 10.0\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \qquad B = 2.00\ \mathrm{s}^{-1} \qquad C = 2.00\ \frac{m}{s}$$

a) Akselerasjon:

$$\vec{a}(t) = \dot{\vec{v}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \end{bmatrix} = \underline{\begin{bmatrix} AB\cos(Bt) \\ 0 \end{bmatrix}}$$

$$\vec{a}(2.00s) = \begin{bmatrix} 10.00\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 2.00\,\mathrm{s}^{-1} \cdot \cos(2.00\,\mathrm{s}^{-1} \cdot 2.00\,\mathrm{s}) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -13.1\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \\ 0 \end{bmatrix} = \underline{\underline{\begin{bmatrix} -13.1 \\ 0 \end{bmatrix} \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}}$$

b) Posisjon for partikkel nr 1:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{v}(t)dt = \begin{bmatrix} r_{0x} \\ r_{0y} \end{bmatrix} + \int_0^t \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} dt = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \int_0^t v_x dt \\ \int_0^t v_y dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int_0^t (A\sin(Bt))dt \\ \int_0^t (C)dt \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -\frac{A}{B}\cos(Bt) \\ Ct \end{bmatrix}_0^t = \underline{\underline{\begin{bmatrix} \frac{A}{B}(1-\cos(Bt)) \\ Ct \end{bmatrix}}}$$

Tidspunkt for partikkel nr 1's nye passering av x = 0m:

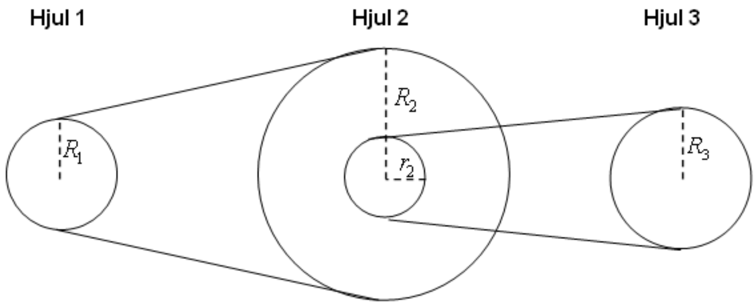
$$0 = r_x = \frac{A}{B}(1-\cos(Bt)) \;\Rightarrow\; \cos(Bt) = 1 \;\Rightarrow\; Bt = 2\pi \;\Rightarrow\; t = \frac{2\pi}{B} = \frac{2\pi}{2.00\,\mathrm{s}^{-1}} = \underline{\underline{\pi\,\mathrm{s}}}$$

c)

$$r_y(\pi\,\mathrm{s}) = 2.00\frac{m}{s} \cdot \pi\ \mathrm{s} = \underline{2\pi\ \mathrm{m}}$$

$$r_y = \frac{1}{2}at^2 \;\Rightarrow\; a = \frac{2r_y}{t^2}\frac{2 \cdot 2\pi\ \mathrm{m}}{(\pi\ \mathrm{s})^2} = \underline{\underline{\frac{4}{\pi}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} \quad (\approx 1.27\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2})$$

2.



a) Vinkelhastigheten til hjul nr 2:

$$v_1 = v_2 \Rightarrow R_1\omega_1 = R_2\omega_2 \Rightarrow \omega_2 = \underline{\underline{\frac{R_1}{R_2}}}\omega_1$$

Vinkelhastighet til hjul nr 3:

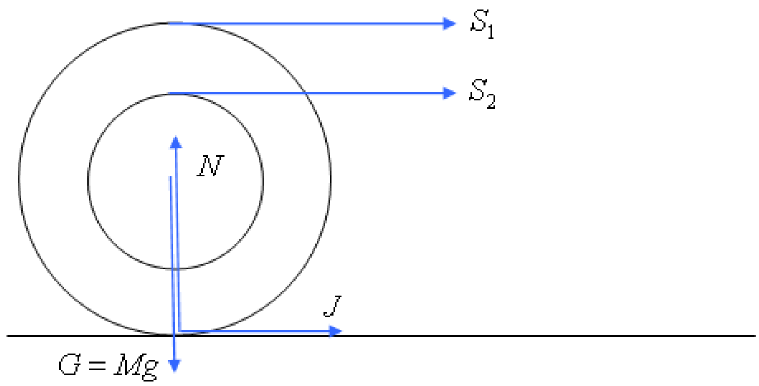
$$v_{22} = v_3 \Rightarrow r_2\omega_2 = R_3\omega_3 \Rightarrow \omega_3 = \frac{r_2}{R_3}\omega_2 = \frac{r_2}{R_3}\frac{R_1}{R_2}\omega_1 = \underline{\underline{\frac{R_1 r_2}{R_2 R_3}}}\omega_1$$

b) Vinkelen som hjul nr 3 har rotert etter 4.00 sekunder:

$$\theta_3(t) = \int_0^t \omega_3 dt = \int_0^t \omega_3 dt = \frac{R_1 r_2}{R_2 R_3}\int_0^t \omega_1 dt = \frac{R_1 r_2}{R_2 R_3}\int_0^t \alpha t dt = \alpha\frac{R_1 r_2}{R_2 R_3}\int_0^t t dt = \frac{1}{2}\alpha\frac{R_1 r_2}{R_2 R_3}t^2$$

$$\theta_3(4.0s) = \frac{1}{2}\cdot 2.00\,\mathrm{s}^{-2}\frac{0.10\,\mathrm{m}\cdot 0.08\,\mathrm{m}}{0.25\,\mathrm{m}\cdot 0.16\,\mathrm{m}}\cdot(4.00\,\mathrm{s})^2 = \underline{\underline{3.20}} \quad (\approx 183^\circ)$$

3. a) Alle ytre krefter på systemet sylinder pluss ring:



$S_1 = S$	Snorkraft på periferien av sylinderen (oppgitt i oppgaven).
$S_2 = S$	Snorkraft på periferien av sylinderen (oppgitt i oppgaven).
$G = Mg$	Tyngden av sylinderen (kraften på sylinderen fra jorden).
N	Normalkraft (vertikalkomponenten av kraften på sylinderen fra underlaget) Sylinderen har ingen vertikal bevegelse. Akselerasjonen vertikalt er derfor lik null. Summen av kreftene vertikalt er derfor lik null og N er motsatt lik G.
J	Friksjon (horisontalkomponenten av kraften på sylinderen fra underlaget).

Med de oppgitte tallene i oppgaven er kreftene G og N tegnet for korte i forhold til S_1, S_2 og J.

b) Akselerasjonen av loddet:

$S_1 + S_2 + J = Ma_{cm}$ Newtons 2.lov horisontalt på systemet sylinder + ring

$\tau_P = 2RS_1 + (R+r)S_2$ Kraftmoment (def) på sylinderen (momentakse i kontaktpunkt)

$\tau_P = I_P\alpha$ Kraftmomentlov (momentakse i kontaktpunkt)

$I_P = I_{cm} + Md^2 = \frac{1}{2}MR^2 + MR^2 = \frac{3}{2}MR^2$ Treghetsmoment mht akse gjennom kontaktpunkt

$a_{CM} = R\alpha$ Sammenheng mellom akselerasjon til massesenteret og vinkelakselerasjon

$\Downarrow$

$$a_{cm} = R\alpha = R\frac{\tau_P}{I_P} = R\frac{2RS_1 + (R+r)S_2}{\frac{3}{2}MR^2} = R\frac{2RS + (R+r)S}{\frac{3}{2}MR^2} = 2(1+\frac{1}{3}\frac{r}{R})\frac{S}{M} = 2(3+\frac{1}{3}\cdot\frac{0.30\ \text{m}}{0.50\ \text{m}})\frac{1.00\ \text{N}}{2.00\ \text{kg}} = \underline{\underline{1.20\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$

c) Friksjon (benytter Newtons 2.lov horisontalt på systemet bestående av sylinder og ring):

$$S_1 + S_2 + J = Ma_{cm}$$

$$J = Ma_{cm} - S_1 - S_2 = Ma_{cm} - S - S = Ma_{cm} - 2S = M2(1+\frac{1}{3}\frac{r}{R})\frac{S}{M} - 2S = 2(1+\frac{1}{3}\frac{r}{R})S - 2S = \frac{2}{3}\frac{r}{R}S = \frac{2}{3}\cdot\frac{0.30\ \text{m}}{0.50\ \text{m}}\cdot 1.00\ \text{N} = \underline{\underline{0.40\ \text{N}}}$$

d) Strekningen som sylindersenteret og punktene A og B beveger seg i løpet av 4.00 sekunder:

$$s_{cm}(t) = \frac{1}{2}a_{cm}t^2 = \frac{1}{2}1.20\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot(4.00\,\text{s})^2 = \underline{\underline{9.60\,\text{m}}}$$

$$s_A(t) = \frac{1}{2}a_A t^2 = \frac{1}{2}2R\alpha t^2 = \frac{1}{2}2R\frac{a_{cm}}{R}t^2 = 2\cdot\frac{1}{2}a_{cm}t^2 = 2s_{cm}(t) = 2\cdot 9.60\,\text{m} = \underline{\underline{19.2\,\text{m}}}$$

$$s_B(t) = \frac{1}{2}a_B t^2 = \frac{1}{2}(R+r)\alpha t^2 = \frac{1}{2}(R+r)\frac{a_{cm}}{R}t^2 = (1+\frac{r}{R})\cdot\frac{1}{2}a_{cm}t^2 = (1+\frac{r}{R})s_{cm}(t)$$
$$= (1+\frac{0.30\,\text{m}}{0.50\,\text{m}})\cdot 9.60\text{m} = \underline{\underline{15.4\,\text{m}}}$$

e) Akselerasjon og vinkelakselerasjon når vi ikke har friksjon mellom sylinder og underlag:

$S_1 + S_2 = Ma_{cm}$ Newtons 2.lov horisontalt på systemet sylinder + ring

$\tau_{cm} = RS_1 + rS_2$ Kraftmoment (def) på sylinderen (momentakse i sylindersenter)

$\tau_{cm} = I_{cm}\alpha$ Kraftmomentlov (momentakse i sylindersenter)

$I_{cm} = \frac{1}{2}MR^2$ Treghetsmoment av sylinderen mht akse gjennom massesenteret

$\Downarrow$

$$a_{cm} = \frac{S_1+S_2}{M} = \frac{S+S}{M} = \frac{2S}{M} = \frac{2\cdot 1.00\,\text{N}}{2.00\,\text{kg}} = \underline{\underline{1.00\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$

$$\alpha = \frac{\tau_{cm}}{I_{cm}} = \frac{RS_1+rS_2}{\frac{1}{2}MR^2} = \frac{RS+rS}{\frac{1}{2}MR^2} = 2\frac{1+\frac{r}{R}}{R}\frac{S}{M} = 2\frac{1+\frac{0.30\,\text{m}}{0.50\,\text{m}}}{0.50\,\text{m}}\frac{1.00\,\text{N}}{2.00\,\text{kg}} = \underline{\underline{3.2\ \text{s}^{-2}}}$$