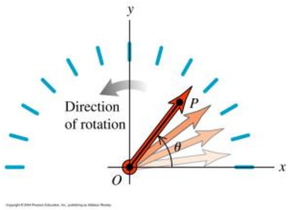
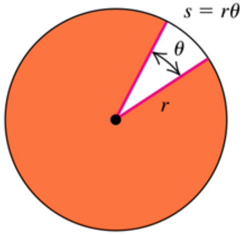
Kap 09 Rotasjon

Vinkel

$$\theta = \frac{s}{r}$$





Vinkelhastighet

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

Vinkelakselerasjon

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

Benevning

$\theta \leftrightarrow$ ubenevnt eller rad

$v \leftrightarrow m/s$

$\omega \leftrightarrow s^{-1}$ eller rad/s

$a \leftrightarrow s^{-2}$ eller rad/s^2

Bevegelses-ligninger

$$\omega(t) = \omega_0 + \int_0^t \alpha(t)dt$$

$$\theta(t) = \theta_0 + \int_0^t \omega(t)dt$$

Konstant vinkelaks.

$$\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2$$

$$\omega^2 = \omega_0^{\ 2} + 2 \cdot \alpha \cdot (\theta - \theta_0)$$

Analogi mellom hastighet / akselerasjon og vinkelhastighet / vinkelakselerasjon

$$v = \frac{ds}{dt} \qquad \omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$a = \frac{dv}{dt} \qquad \alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

$s \leftrightarrow \theta$

$v \leftrightarrow \omega$

$a \leftrightarrow \alpha$

Generelt:

$$v(t) = v_0 + \int_0^t a(t)dt \qquad \omega(t) = \omega_0 + \int_0^t \alpha(t)dt$$

$$s(t) = s_0 + \int_0^t v(t)dt \qquad \theta(t) = \theta_0 + \int_0^t \omega(t)dt$$

a konstant $\qquad \alpha$ konstant:

$$v(t) = v_0 + at \qquad \omega(t) = \omega_0 + \alpha t$$

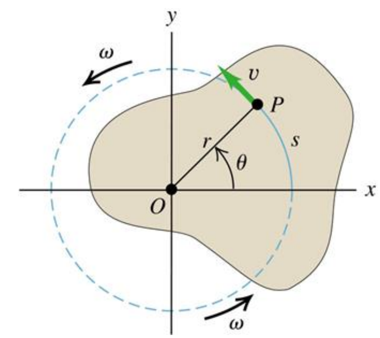
$$s(t) = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \qquad \theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$v^2 = v_0^{\ 2} + 2a(s - s_0) \qquad \omega^2 = \omega_0^{\ 2} + 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

Kap 09 Rotasjon

Vinkelhast ighet $\omega = \dot{\theta} = \frac{v}{r}$

Hastighet $v = r\omega$

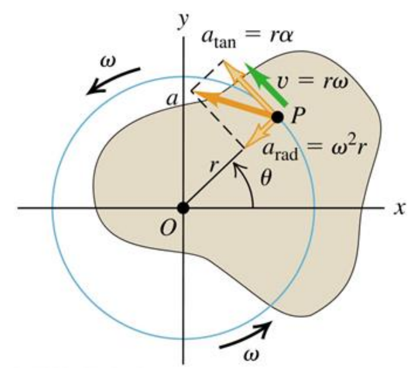


Vinkelakse lerasjon $\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\theta} = \frac{a}{r}$

Akselerasj on

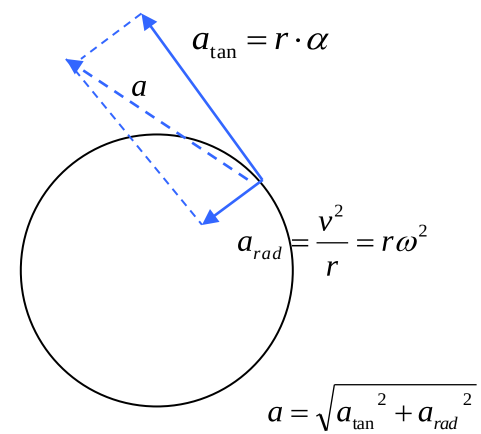
$a_{tan} = r \cdot \alpha$

$a_{rad} = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$

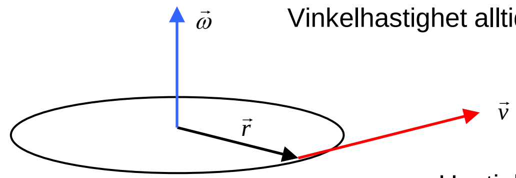


Akselerasj on $a_{tan} = \dot{v} = \frac{dv}{dt} = r \cdot \frac{d\omega}{dt} = r \cdot \alpha$

$a_{rad} = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$



Vinkelhastighet og vinkelakselerasjon som vektor



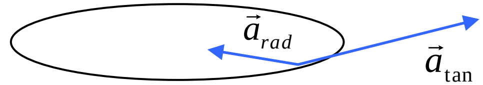
Vinkelhastighet alltid normal på rotasjonsplanet

Hastighet alltid tangentiell til banen

Hastighet $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

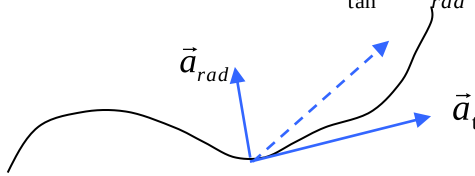
Akselerasjon

$$
\begin{aligned}
\vec{a} &= \dot{\vec{v}} \\
&= \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \dot{\vec{r}} \\
&= \vec{\alpha} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \dot{\vec{r}} \\
&= \vec{\alpha} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v} \\
&= \underbrace{\vec{\alpha} \times \vec{r}}_{\text{tangensiell akselerasjon}} + \underbrace{\vec{\omega} \times \vec{\omega} \times \vec{r}}_{\text{radielll akselerasjon}} \\
&= \vec{a}_{\tan} + \vec{a}_{rad}
\end{aligned}
$$

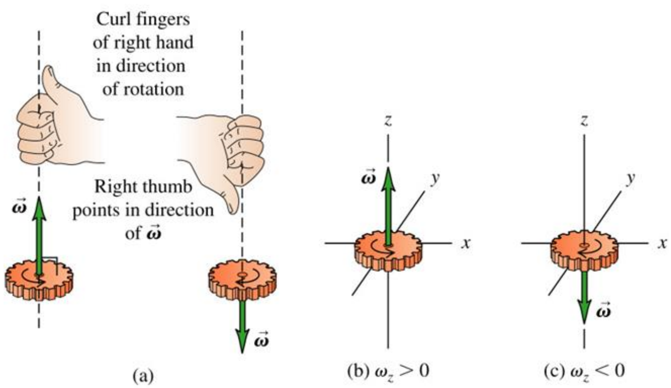


Tangentiell-akselerasjon alltid tangentiell til banen.
Radiell-akselerasjon alltid rettet inn mot sentrum.

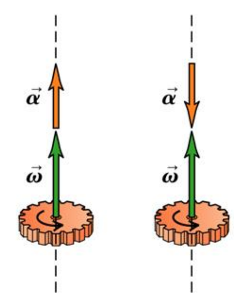
$$\vec{a} = \vec{a}_{\tan} + \vec{a}_{rad}$$



$$a = \sqrt{a_{\tan}{}^2 + a_{rad}{}^2}$$



(a) (b) $\omega_z > 0$ (c) $\omega_z < 0$



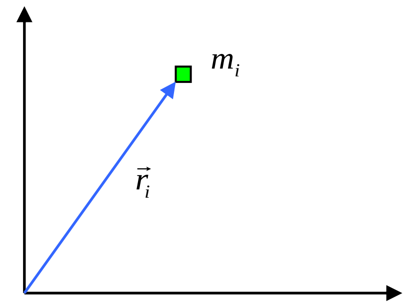
Speeding up Slowing up

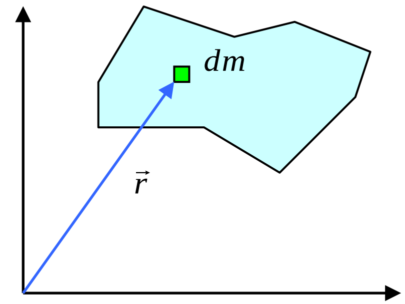
Kap 09 Rotasjon

Treghetsmoment

$$I = \sum_i m_i r_i^2$$

$$I = \int r^2 dm$$





Kinetisk rotasjonsenergi

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2$$

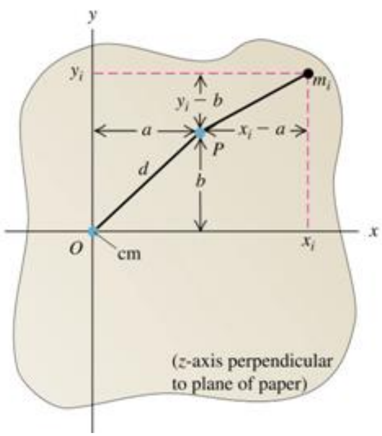
Benevning

$I \quad \leftrightarrow \quad k\text{gm}^2$

$K \quad \leftrightarrow \quad J$

Parallellakse - teorem

$$I_P = I_{cm} + Md^2$$



Normalakse - teorem

$$I_O = I_x + I_y$$

Kap 09 Rotasjon

Treghets-moment for noen spesielle legemer med akse gjennom sentrum

Stav med masse M og lengde L	$I = \frac{1}{12} ML^2$
Rektangulær plate med masse M og sider a og b	$I = \frac{1}{12} M(a^2 + b^2)$
Hul sylinder med masse M, indre radius R_1, ytre radius R_2	$I = \frac{1}{2} M(R_1^{\ 2} + R_2^{\ 2})$
Massiv sylinder med masse M og radius R	$I = \frac{1}{2} MR^2$
Massiv kule med masse M og radius R	$I = \frac{2}{5} MR^2$
Tynnvegget kule med masse M og radius R	$I = \frac{2}{3} MR^2$

Table 9.2 Moments of Inertia of Various Bodies