

1. To ulike mobiltelefoner skal sammenlignes med tanke på taletid inntil batteriene må lades på nytt. 10 mobiltelefoner av hver av typene blir testet. Taletiden (i timer) for hver av disse er vist nedenfor.

Mobiltelefon type 1: $x_i =$ 10.2 13.1 13.9 14.1 12.5 10.5 13.4 14.2 14.4 13.5
Mobiltelefon type 2: $y_i =$ 11.5 12.3 13.1 10.5 9.9 11.3 13.4 11.0 13.2 12.8

- a) Beregn gjennomsnittlig taletid for hver de to mobiltelefon typene.
- b) Beregn de empiriske standardavvikene S_x og S_y fra dataene ovenfor.
- c) Foreta en hypotesetest til å avgjøre hvorvidt det er forskjell i taletid på de to nevnte mobiltelefon typene. Benytt signifikansnivå på 5%.
2. En ny medisin mot en bestemt sykdom blir innført. Forsøk har vist at 70% av pasientene som får medisinen blir helbredet. Dessverre kan medisinen ha bivirkninger. For en pasient som blir helbredet er sannsynligheten for bivirkninger 0.25. For en pasient som ikke blir helbredet er sannsynligheten for bivirkninger 0.1.
- a) Hva er sannsynligheten for at en tilfeldig pasient skal bli helbredet og dessuten ikke skal få bivirkninger ?
- b) Hva er sannsynligheten for bivirkninger hos en tilfeldig pasient ?
- c) Hva er sannsynligheten for at en pasient blir helbredet når vi vet at vedkommende ikke får bivirkninger av medisinen ?
3. Ved en bensinstasjon er det ukentlige salget X av bensin normalfordelt med forventning $\mu = 8000$ liter og standardavvik $\sigma = 500$ liter.
- a) Finn sannsynligheten for at bensinstasjonen selger over 8500 liter en uke.
- b) Hvor stort lager må stasjonen ha for at man skal være 95% sikker på at lageret ikke skal tømmes i løpet av en uke ?
- c) Anta at salget hver uke er uavhengig av salget i andre uker. Finn sannsynligheten for at det totale salget i løpet av 4 uker er mindre enn 30000 liter.
- d) Innehaveren av bensinstasjonen har fått mistanke om at det ukentlige salget har sunket, dvs at $\mu < 8000$ liter, og bestemmer seg for å undersøke dette nærmere. Han noterer bensinsalget i 9 uker og finner at det gjennomsnittlige salget er 7800 liter. Er det på grunnlag av dette resultatet grunn til å tro at $\mu < 8000$ liter ? Formuler problemet som et hypotesetestingsproblem og gjennomfør testen med 5% signifikansnivå (σ antas kjent lik 500 liter).

4. En bedrift har nettopp satt i verk en forbedret rensemetode før avfallsvannet slippes ut i en innsjø. Man er blant annet interessert i å undersøke om den nye metoden gradvis kan lede til en redusert konsentrasjon av et giftstoff i innsjøen. Anta at man i begynnelsen av hver måned i 11 måneder har hentet opp en vannprøve og målt dens giftkonsentrasjon. Lar vi tidsenheten være en måned kan resultatene presenteres slik:

Måned	t_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Giftkons.	Y_i	15.1	17.4	16.0	15.5	13.2	16.7	14.3	13.7	15.2	11.5	12.7

Ut fra tidligere erfaring med slike målinger mener man at standardavviket ved en enkelt måling er 1.5. Situasjonen kan med rimelighet analyseres innenfor rammen av en enkel regresjonsmodell. Problemet kan formuleres ved å teste en hypotese om regresjonskoeffisienten i en slik modell. Det at den nye rensemetoden overhodet ikke har noen innvirkning på giftkonsentrasjonen svarer til $H_0 : \beta_1=0$ og forbedring svarer til $H_1 : \beta_1 < 0$.

- a) Bestem den estimerte regresjonslinjen $\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 t$, dvs bestem $\hat{\beta}_0$ og $\hat{\beta}_1$.
- b) Benytt den nevnte hypotesetesten til å avgjøre hvorvidt den nye rensemetoden ser ut til å kunne redusere giftkonsentrasjonen i innsjøen. Anta at man er villig til å bruke et signifikansnivå på 10%.

Følgende opplysninger er gitt i denne oppgaven:

$$\sum_{i=1}^n t_i = 66$$

$$\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t}) Y_i = -40.50$$

$$M = \sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2 = 110$$

5. Geometrisk fordeling er en av de diskrete stokastiske sannsynlighetsfordelinger hvor vi tenker oss et binomisk forsøk, en serie med uavhengige enkeltforsøk, hvor vi holder på inntil første gang A inntreffer. La X være den stokastiske variable som svarer til antall forsøk inntil første gang A inntreffer. Sannsynligheten for at første treff kommer i x'te forsøk er gitt ved:

$$P(X = x) = p(1-p)^{x-1}$$

Forventningen til X $E(X)$ og variansen til X $Var(X)$ er gitt ved:

$$E(X) = \frac{1}{p}$$

$$Var(X) = \frac{1-p}{p^2}$$

Utlede formelen (vist ovenfor) for forventningen til X $E(X)$. (Formelen for variansen skal ikke utledes.)

Hint:

Benytt at $E(X)$ er gitt ved:

$$E(X) = \sum_{k=1}^{\infty} k p(k) \quad \text{hvor} \quad p(k) = p(1-p)^{k-1}$$

Substituer deretter $1-p = q$